Bladzijde 262

34 aantal = 5! = 120

35 **a** $y = \ln(3x - 7)$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x-7} \cdot 3 = \frac{3}{3x-7}$

b $y = 2x - 4\ln(x^2 + 2x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{4}{x^2 + 2x} \cdot (2x + 2) = 2 - \frac{8x + 8}{x^2 + 2x}$

c $y = 2x - {}^3\log(4x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{1}{4x\ln(3)} \cdot 4 = 2 - \frac{1}{x\ln(3)}$

36 totaal $= \frac{649}{0{,}0564} \approx 11\,507$

37 $\log(N) = 2{,}36 + 1{,}5 \cdot \log(t)$
$\log(N) = \log(10^{2,36}) + \log(t^{1,5})$
$\log(N) = \log(10^{2,36} \cdot t^{1,5})$
$N = 10^{2,36} \cdot t^{1,5}$
$N \approx 229 \cdot t^{1,5}$
Dus $N = 229t^{1,5}$.

38 **a** $y = 5 + 3\sin(x)$
De periode is 2π, de evenwichtsstand is 5 en de amplitude is 3.

b $y = 3\sin(2x) + 1$
De periode is $\frac{2\pi}{2} = \pi$, de evenwichtsstand is 1 en de amplitude is 3.

c $y = 5\sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right)$
De periode is $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}\pi} = 8$, de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is 5.

39 $y = \frac{108}{(3x^2)^3} = \frac{108}{3^3 \cdot (x^2)^3} = \frac{108}{27x^6} = 4x^{-6}$
Dus $y = 4x^{-6}$.

40 $(2a - 1)^2 - 4(3a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 - 12a + 4 = 4a^2 - 16a + 5$

41 $0{,}000045 = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$

42 **a** $g_{dag} = 1{,}086$, dus $g_{week} = 1{,}086^7 \approx 1{,}782$
De toename is 78,2% per week.

b $g_{dag} = 1{,}086$, dus $g_{10\ uur} = 1{,}086^{\frac{10}{24}} \approx 1{,}035$
Dus de toename is 3,5% per tien uur.

43 $N = 35 \cdot e^{0,15t - 3}$
$\ln(N) = \ln(35 \cdot e^{0,15t-3})$
$\ln(N) = \ln(35) + \ln(e^{0,15t-3})$
$\ln(N) = \ln(35) + 0{,}15t - 3$
$\ln(N) \approx 0{,}15t + 0{,}56$
Dus $\ln(N) = 0{,}15t + 0{,}56$.

44 $6a - 5b = 18$
$-5b = -6a + 18$
$b = 1\frac{1}{5}a - 3\frac{3}{5}$

45 tijd $= \frac{\text{afstand}}{\text{snelheid}} = \frac{6{,}5}{14{,}6} = 0{,}445...$ uur
0,445... uur = 26,71... minuten
Ze doet er 26 minuten en 43 seconden over.

46 $r^5 = \frac{45{,}5625}{6}$, dus $r = \left(\frac{45{,}5625}{6}\right)^{\frac{1}{5}} = 1{,}5$
$u_n = u_0 \cdot 1{,}5^n$ met $u_2 = 6$ geeft $u_0 \cdot 1{,}5^2 = 6$, dus $u_0 = 2\frac{2}{3}$
De directe formule is $u_n = 2\frac{2}{3} \cdot 1{,}5^n$.

47 $N(x) = 84 + 43{,}2 \cdot \log(x)$, dus $N(2x) = 84 + 43{,}2 \cdot \log(2x)$.
$N(2x) = 84 + 43{,}2 \cdot (\log(2) + \log(x))$
$N(2x) = 84 + 43{,}2 \cdot \log(2) + 43{,}2 \cdot \log(x)$
$N(2x) = 84 + 43{,}2 \cdot \log(x) + 43{,}2 \cdot \log(2)$
$N(2x) \approx N(x) + 13{,}00$
Hiermee is aangetoond dat N steeds met 13 toeneemt als x verdubbelt.

Bladzijde 263

48 $A(n)$ is de rekenkundige rij $A(n) = 750 + 12n$.
$B(n)$ is de meetkundige rij $B(n) = 100 \cdot 1{,}2^n$.
Voer in $y_1 = 750 + 12x$ en $y_2 = 100 \cdot 1{,}2^x$.
De tabel geeft $A(12) = 894$ en $B(12) \approx 891{,}6$ en $A(13) = 906$ en $B(13) \approx 1069{,}9$.
Dus vanaf $n = 13$, dat is 14e term, is $B(n) > A(n)$.

49 $\frac{2}{3}a^{-4}b^2 = \dfrac{2b^2}{3a^4}$

50 $g_{\text{jaar}} = 0{,}942$
Los op $0{,}942^t = \frac{1}{2}$.
Voer in $y_1 = 0{,}942^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
Intersect geeft $x = 11{,}60...$
De halveringstijd is ongeveer 11 jaar en 7 maanden (139 maanden).

51 **a** $y = 250\,\mathrm{e}^{4x}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 250\,\mathrm{e}^{4x} \cdot 4 = 1000\,\mathrm{e}^{4x}$

b $P = 16\,\mathrm{e}^{0{,}3q^2}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}q} = 16\,\mathrm{e}^{0{,}3q^2} \cdot 0{,}6q = 9{,}6q\,\mathrm{e}^{0{,}3q^2}$

c $y = 12 \cdot 3^{2x-4}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 12 \cdot 3^{2x-4} \cdot \ln(3) \cdot 2 = 24 \cdot \ln(3) \cdot 3^{2x-4}$

52 aantal $= \dfrac{7!}{2! \cdot 4!} = 105$

53 $y = 16 \cdot 3^{4-x} = 16 \cdot 3^4 \cdot 3^{-x} = 16 \cdot 81 \cdot \left(3^{-1}\right)^x = 1296 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$
Dus $y = 1296 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

54 $(8x - 3)^2 = 25$
$8x - 3 = 5 \vee 8x - 3 = -5$
$8x = 8 \vee 8x = -2$
$x = 1 \vee x = -\frac{1}{4}$

55 4 delen is 25 euro.
Er zijn in totaal $2 + 3 + 7 = 12$ delen, dus dat is $3 \cdot 25 = 75$ euro.

56 $3(P - 5) + 4(3Q + 1) = 61$
$3P - 15 + 12Q + 4 = 61$
$3P = -12Q + 72$
$P = -4Q + 24$

57

6 6 6 3	4 keer
6 6 5 4	$\binom{4}{2} \cdot 2 = 12$ keer
6 5 5 5	4 keer

Dus het aantal mogelijkheden is $4 + 12 + 4 = 20$.

58 $15 - 4\sqrt{x} = 5$
$4\sqrt{x} = 10$
$\sqrt{x} = 2\frac{1}{2}$
$x = 6\frac{1}{4}$

59 De procentuele toename is $\dfrac{145 - 115}{115} \times 100\% \approx 26{,}1\%$.

© Noordhoff Uitgevers bv

60 **a** $N = \dfrac{1500}{1 + 20 \cdot 0{,}91^t}$

Als t toeneemt, dan neemt $0{,}91^t$ af, dus dan neemt ook $1 + 20 \cdot 0{,}91^t$ af. Maar dan neemt $\dfrac{1500}{1 + 20 \cdot 0{,}91^t}$ toe, dus de grafiek van N is stijgend.

b $N = 10 + 20(1 - 0{,}98^t)$

Als t toeneemt, dan neemt $0{,}98^t$ af, dus dan neemt $1 - 0{,}98^t$ toe. Dus dan neemt $10 + 20(1 - 0{,}98^t)$ ook toe, dus de grafiek van N is stijgend.

c $N = 25 - \dfrac{10}{3 - 0{,}75^t}$

Als t toeneemt, dan neemt $0{,}75^t$ af, dus dan neemt $3 - 0{,}75^t$ toe. Maar dan neemt $\dfrac{10}{3 - 0{,}75^t}$ af en daardoor neemt $25 - \dfrac{10}{3 - 0{,}75^t}$ toe, dus de grafiek van N is stijgend.

Bladzijde 264

61 $\dfrac{6x + 10}{x + 3} - 2x = \dfrac{6x + 10}{x + 3} - \dfrac{2x(x + 3)}{x + 3} = \dfrac{6x + 10 - 2x^2 - 6x}{x + 3} = \dfrac{-2x^2 + 10}{x + 3}$

62 aantal $= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$

63 $E = 15 \cdot (2N)^{-1{,}5}$

$(2N)^{-1{,}5} = \frac{1}{15}E$

$2N = \left(\frac{1}{15}E\right)^{-\frac{1}{1{,}5}}$

$N = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^{-\frac{1}{1{,}5}} \cdot E^{-\frac{1}{1{,}5}}$

$N \approx 3{,}04 \cdot E^{-0{,}67}$

Dus $N = 3{,}04E^{-0{,}67}$.

64 $g_{5\frac{1}{3}\text{ jaar}} = \frac{1}{2}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5\frac{1}{3}}} \approx 0{,}878$.

De afname is 12,2% per jaar.

65 $y = 5 - \dfrac{6}{3 - 2x}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 0 - \dfrac{(3 - 2x) \cdot 0 - 6 \cdot -2}{(3 - 2x)^2} = \dfrac{-12}{(3 - 2x)^2}$

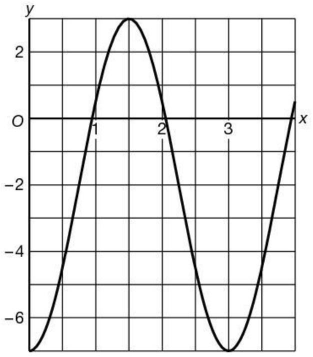
De teller van $\dfrac{dy}{dx}$ is negatief en de noemer is positief voor $x > 1\frac{1}{2}$, dus $\dfrac{dy}{dx} < 0$ voor elke $x > 1\frac{1}{2}$.
Hieruit volgt dat de grafiek van y dalend is $x > 1\frac{1}{2}$.

66 $\dfrac{x^5}{x^3 \cdot \sqrt[4]{x}} = \dfrac{x^5}{x^3 \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \dfrac{x^5}{x^{3\frac{1}{4}}} = x^{1\frac{3}{4}}$

67 $y = -2 + 5\sin\left(\frac{2}{3}\pi\left(x - \frac{3}{4}\right)\right)$

evenwichtsstand -2
amplitude 5
periode $\dfrac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$

stijgend door de evenwichtsstand bij $x = \frac{3}{4}$



© Noordhoff Uitgevers bv

68 aantal $= \binom{16}{3} \cdot \binom{13}{2} = 43\,680$

69 $y = \dfrac{6\sqrt{x}}{2x \cdot \sqrt[3]{x}} = \dfrac{6x^{\frac{1}{2}}}{2x \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \dfrac{6x^{\frac{1}{2}}}{2x^{1\frac{1}{3}}} = 3x^{-\frac{5}{6}}$

Dus $y = 3x^{-\frac{5}{6}}$.

70 $y = -x^2 + 2x - 3$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = -2x + 2$

Stel l: $y = ax + b$, met $a = -2 \cdot -1 + 2 = 4$.

$\left.\begin{array}{l} y = 4x + b \\ \text{door } A(-1, 3) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 4 \cdot -1 + b = 3 \\ -4 + b = 3 \\ b = 7 \end{array}$

Dus l: $y = 4x + 7$.

71 512 ha = 5 120 000 m^2

72 $P = n \cdot \ln(2n + 1)$ geeft $\dfrac{dP}{dn} = 1 \cdot \ln(2n + 1) + n \cdot \dfrac{1}{2n + 1} \cdot 2 = \ln(2n + 1) + \dfrac{2n}{2n + 1}$

Voor $n > 0$ is $\ln(2n + 1) > 0$ en $\dfrac{2n}{2n + 1} > 0$, dus voor $n > 0$ is $\dfrac{dP}{dn} > 0$.

De grafiek van P is dus stijgend voor $n > 0$.

73 $0{,}1x^3 - 1{,}4 = 5$

$0{,}1x^3 = 6{,}4$

$x^3 = 64$

$x = \sqrt[3]{64} = 4$

74 **a** $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 5) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 10$ geeft $f'(x) = 6x^2 + 10x - 4$

b $K(q) = \frac{1}{3}q^3 + 2q(q - 2) + 5 = \frac{1}{3}q^3 + 2q^2 - 4q + 5$ geeft $K'(q) = q^2 + 4q - 4$

c $L(p) = 2p^5 - 3a^2p^2 + 2a - 3p + 4$ geeft $L'(p) = 10p^4 - 6a^2p - 3$

75 **a** $g_{8\text{ uur}} = 0{,}891$, dus $g_{50\text{ uur}} = (0{,}891)^{\frac{50}{8}} \approx 0{,}486$.

De afname is 51,4% per 50 uur.

b $g_{8\text{ uur}} = 0{,}891$, dus $g_{\text{uur}} = (0{,}891)^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}986$.

De afname is 1,4% per uur.

Bladzijde 265

76 Stel k: $y = ax + b$, met $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{30 - 18}{10 - 2} = 1\frac{1}{2}$.

$\left.\begin{array}{l} y = 1\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(2, 18) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{2} \cdot 2 + b = 18 \\ b = 18 - 3 = 15 \end{array}$

Dus k: $y = 1\frac{1}{2}x + 15$.

77 $A = 20 \cdot \sqrt[3]{30x} = 20 \cdot \sqrt[3]{30} \cdot \sqrt[3]{x} \approx 62{,}1 \cdot \sqrt[3]{x}$

Dus $A = 62{,}1 \cdot \sqrt[3]{x}$.

78 $(3x - 42)(6x - 75) = 0$

$3x - 42 = 0 \vee 6x - 75 = 0$

$3x = 42 \vee 6x = 75$

$x = 14 \vee x = 12\frac{1}{2}$

79 $N = b \cdot g^t$ met $g_{8\text{ dagen}} = \dfrac{161}{101}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\dfrac{161}{101}\right)^{\frac{1}{8}} = 1{,}0600...$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}0600...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 101 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}0600...^4 = 101 \\ b = \dfrac{101}{1{,}0600...^4} \approx 79{,}996 \end{array}$

Dus $N = 80 \cdot 1{,}060^t$.

© Noordhoff Uitgevers bv

80 aantal $= \dfrac{11!}{3!\cdot 2!\cdot 2!} = 1\,663\,200$

81 $N = 25\cdot 1{,}85^{t-2}$
$1{,}85^{t-2} = 0{,}04N$
$t - 2 = {}^{1{,}85}\log(0{,}04N)$
$t = 2 + {}^{1{,}85}\log(0{,}04N)$

82 $T = \dfrac{t^2-2}{t} + \dfrac{10}{\left(\frac{3}{t}\right)} + \dfrac{7}{2t} = t - \dfrac{2}{t} + \dfrac{10t}{3} + \dfrac{7}{2t} = t + 3\tfrac{1}{3}t - \dfrac{4}{2t} + \dfrac{7}{2t} = 4\tfrac{1}{3}t + \dfrac{3}{2t}$

Dus $T = 4\tfrac{1}{3}t + \dfrac{3}{2t}$.

83 aantal $= 7^5 = 16\,807$

84 De oorspronkelijke hoeveelheid was $\dfrac{3015}{1{,}184} \approx 2546$.

85 Dus q neemt toe van 100 tot 200.
De gemiddelde toename is $\dfrac{K(200) - K(100)}{100} = \dfrac{129{,}6 - 117{,}2}{100} = 0{,}124$ euro per stuk.

86 **a** Meetkundige rij met $u_0 = 800$ en $r = 1{,}05$, dus
recursieve formule $u_n = 1{,}05u_{n-1}$ met $u_0 = 800$
directe formule $u_n = 800\cdot 1{,}05^n$.
b $u_{12} \approx 1436{,}7$ en $u_{13} \approx 1508{,}5$
Er zijn 13 termen kleiner dan 1500.

87 $\tfrac{5}{6}a^{-4}b^{\frac{2}{3}} = \dfrac{5b^{\frac{2}{3}}}{6a^4} = \dfrac{5\cdot\sqrt[3]{b^2}}{6a^4}$

88 **a** $y = \dfrac{3x}{2x^2-2}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(2x^2-2)\cdot 3 - 3x\cdot 4x}{(2x^2-2)^2} = \dfrac{6x^2 - 6 - 12x^2}{(2x^2-2)^2} = \dfrac{-6x^2-6}{(2x^2-2)^2}$

b $y = \dfrac{5}{(5-3x^2)^5} = 5(5-3x^2)^{-5}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = -25(5-3x^2)^{-6}\cdot -6x = \dfrac{150x}{(5-3x^2)^6}$

c $y = 5\sqrt{x^2-3x}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 5\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-3x}}\cdot(2x-3) = \dfrac{10x-15}{2\sqrt{x^2-3x}}$

Bladzijde 266

89 $l\colon y = -\tfrac{1}{3}x + b$ door $A(6, 9)$ $\Big\}$ $-\tfrac{1}{3}\cdot 6 + b = 9$
$-2 + b = 9$
$b = 11$
Dus $l\colon y = -\tfrac{1}{3}x + 11$.

90 $\dfrac{7}{2x} - \dfrac{5}{3x} = \dfrac{21}{6x} - \dfrac{10}{6x} = \dfrac{11}{6x}$

91 De groeifactor per jaar is 1,073.
Los op $1{,}073^t = 2$.
Voer in $y_1 = 1{,}073^x$ en $y_2 = 2$.
Intersect geeft $x = 9{,}83...$
De verdubbelingstijd is ongeveer 9 jaar en 10 maanden.

92 **a** $q = 400$ geeft $W = -0{,}01\cdot 400^2 + 7{,}5\cdot 400 - 650 = 750$.
De winst per artikel is $\dfrac{75\,000}{400} = 187{,}50$ euro.
b Voer in $y_1 = -0{,}01x^2 + 7{,}5x - 650$.
De optie maximum geeft $x = 375$ en $y = 756{,}25$.
De maximale winst is 75 625 euro per jaar.

© Noordhoff Uitgevers bv

93 $N = 40 + {}^3\log(2t) = 40 + \dfrac{\ln(2t)}{\ln(3)} = 40 + \dfrac{1}{\ln(3)} \cdot (\ln(2) + \ln(t)) = 40 + \dfrac{\ln(2)}{\ln(3)} + \dfrac{1}{\ln(3)} \cdot \ln(t) \approx 40{,}6 + 0{,}91\ln(t)$
Dus $N = 40{,}6 + 0{,}91 \cdot \ln(t)$.

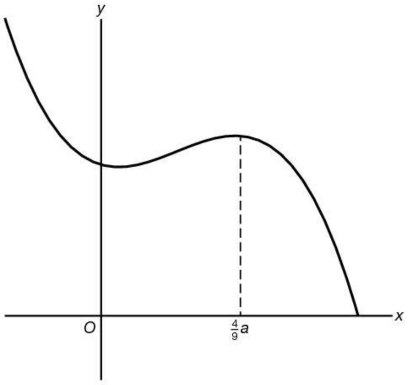
94 y is evenredig met x dus $y = ax$.
$x = 12$ en $y = 69$ geeft $12a = 69$, dus $a = 5{,}75$.
$x = 42$ invullen in $y = 5{,}75x$ geeft $y = 5{,}75 \cdot 42 = 241{,}5$.

95 De winst in 2016 was $31{,}25 \cdot 1{,}085 \cdot 0{,}847 \approx 28{,}72$ miljoen euro.

96 $5a^2 - \dfrac{3}{a^2} = \dfrac{5a^4}{a^2} - \dfrac{3}{a^2} = \dfrac{5a^4 - 3}{a^2}$

97 49 minuten en 40 seconden is $\dfrac{49\frac{2}{3}}{60}$ uur.
De gemiddelde snelheid is $\dfrac{9{,}8}{\left(\dfrac{49\frac{2}{3}}{60}\right)} \approx 11{,}84$ km/uur.

98 $y = 2ax^2 - 3x^3 + 5$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 4ax - 9x^2$
$\dfrac{dy}{dx} = 0$ geeft $4ax - 9x^2 = 0$
$x(4a - 9x) = 0$
$x = 0 \vee 4a - 9x = 0$
$x = 0 \vee 9x = 4a$
$x = 0 \vee x = \frac{4}{9}a$



y is maximaal voor $x = \frac{4}{9}a$.
$y_{max} = 2a \cdot \left(\frac{4}{9}a\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{4}{9}a\right)^3 + 5 = 2a \cdot \frac{16}{81}a^2 - 3 \cdot \frac{64}{729}a^3 + 5 = \frac{32}{243}a^3 + 5$

99 $g_{3\text{ jaar}} = 2$, dus $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}260$.
Het groeipercentage per jaar is 26,0%.

Bladzijde 267

100 **a** $N = \dfrac{600}{3 + 14 \cdot 0{,}96^t}$
Als t heel groot is, is $0{,}96^t \approx 0$, dus $N \approx \dfrac{600}{3 + 14 \cdot 0} = 200$.
Het verzadigingsniveau is 200.
b $N = 450(3 - 0{,}81^t)$
Als t heel groot is, is $0{,}81^t \approx 0$, dus $N \approx 450 \cdot (3 - 0) = 1350$.
Het verzadigingsniveau is 1350.
c $N = 50 - \dfrac{30}{t + 2}$
Als t heel groot is, is $\dfrac{30}{t + 2} \approx 0$, dus $N \approx 50 - 0 = 50$.
Het verzadigingsniveau is 50.

© Noordhoff Uitgevers bv

101 815 duizend = $815 \cdot 10^3 = 8{,}15 \cdot 10^5$

102 $\frac{2}{p} + 3p \cdot \frac{5q}{2p^2} = \frac{2}{p} + \frac{15pq}{2p^2} = \frac{2}{p} + \frac{15q}{2p} = \frac{4}{2p} + \frac{15q}{2p} = \frac{15q + 4}{2p}$

103 $N = 110e^{2t} - 55t$ geeft $\frac{dN}{dt} = 110e^{2t} \cdot 2 - 55 = 220e^{2t} - 55$

$t = 0$ geeft $\frac{dN}{dt} = 220 - 55 = 165$ en voor $t > 0$ is $220e^{2t} - 55 > 165$.

Dus voor $t \geq 0$ is $\frac{dN}{dt}$ positief en dus is de grafiek van N stijgend.

104 $l: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{55 - 70}{20 - 8} = -1\frac{1}{4}$.

$$\left.\begin{array}{l} y = -1\frac{1}{4}x + b \\ \text{door } A(8, 70) \end{array}\right\} -1\frac{1}{4} \cdot 8 + b = 70$$

$-10 + b = 70$

$b = 80$

Dus $l: y = -1\frac{1}{4}x + 80$.

105 $N = 4\sqrt{2a - 3}$

$\sqrt{2a - 3} = \frac{1}{4}N$

$2a - 3 = \left(\frac{1}{4}N\right)^2$

$2a = \frac{1}{16}N^2 + 3$

$a = \frac{1}{32}N^2 + 1\frac{1}{2}$

106 $\frac{750 - 820}{820} \times 100\% \approx -8{,}5\%$, dus de afname is 8,5%.

107 Voer in $y_1 = 4 - {}^2\log(x)$ en $y_2 = -3 + {}^2\log(5x)$.
Intersect geeft $x = 5{,}059...$ en $y = 1{,}660...$
Het snijpunt is (5,06; 1,66).

108 Voer in $y_1 = -0{,}2x^3 + 9x^2 - 250$.
De optie maximum geeft $x = 30$ en $y = 2450$.
De maximale winst is 2450 euro per week.

109 $K = 16(p - 4)^2$

$(p - 4)^2 = \frac{1}{16}K$

$p - 4 = \sqrt{\frac{1}{16}K}$

$p = \frac{1}{4}\sqrt{K} + 4$

110 $N = \frac{500}{1 + 2e^{-0{,}2t}}$ geeft $\frac{dN}{dt} = \frac{(1 + 2e^{-0{,}2t}) \cdot 0 - 500 \cdot 2e^{-0{,}2t} \cdot -0{,}2}{(1 + 2e^{-0{,}2t})^2} = \frac{200e^{-0{,}2t}}{(1 + 2e^{-0{,}2t})^2}$

Voer in $y_1 = \frac{200e^{-0{,}2x}}{(1 + 2e^{-0{,}2x})^2}$.
De optie maximum geeft $x = 3{,}46...$ en $y = 25$.
Bij $t = 3{,}46...$ hoort halverwege 2003.
Dus in 2003 was de toename van het aantal leden het grootst.

111 $2p + 3q = 60$

$3q = -2p + 60$

$$\left.\begin{array}{l} q = -\frac{2}{3}p + 20 \\ K = 5p + 4q + 120 \end{array}\right\} K = 5p + 4\left(-\frac{2}{3}p + 20\right) + 120$$

$= 5p - 2\frac{2}{3}p + 80 + 120$

$= 2\frac{1}{3}p + 200$

Dus $K = 2\frac{1}{3}p + 200$.

© Noordhoff Uitgevers bv

112 $5 \cdot \log(N) = 1{,}215t + 13{,}7$
$\log(N) = 0{,}243t + 2{,}74$
$N = 10^{0{,}243t + 2{,}74}$
$N = 10^{2{,}74} \cdot (10^{0{,}243})^t$
$N \approx 550 \cdot 1{,}75^t$
Dus $N = 550 \cdot 1{,}75^t$.

Bladzijde 268

113 Stel de hoogte van de goot is x cm, dan is de breedte van de goot $100 - 2x$ cm.
Voor de oppervlakte O geldt dan $O = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$.
Voer in $y_1 = 100x - 2x^2$.
De optie maximum geeft $x = 25$ en $y = 1250$.
De maximale oppervlakte is 1250 cm^2.

114 $P = \dfrac{2a + 1}{3a - 1}$
$P(3a - 1) = 2a + 1$
$3aP - P = 2a + 1$
$3aP - 2a = P + 1$
$a(3P - 2) = P + 1$
$a = \dfrac{P + 1}{3P - 2}$

115 Bij codes met vijf letters 3, 4 of 5 A's.
Het aantal mogelijke codes met vijf letters is $\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$.
Bij codes met zes letters 4, 5 of 6 A's.
Het aantal mogelijke codes met zes letters is $\binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 15 + 6 + 1 = 22$.
Bij codes met zeven letters 4, 5, 6 of 7 A's.
Het aantal mogelijke codes met zeven letters is $\binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 35 + 21 + 7 + 1 = 64$.

Het totale aantal codes met meer A's dan B's is $16 + 22 + 64 = 102$.

116 $A = 0{,}18 \cdot (2x - 3) \cdot \dfrac{x}{0{,}06} = \dfrac{0{,}18}{0{,}06} \cdot x(2x - 3) = 3x(2x - 3) = 6x^2 - 9x$
Dus $a = 6$ en $b = -9$.

117 TI Voer in $u(n) = n^2 + 3n$ met nMin = 1
en $v(n) = v(n - 1) + n^2 + 3n$ met $v(n\text{Min}) = 4$.
Lees af in de tabel $\sum_{k=1}^{15} (k^2 + 3k) = 1600$.
Casio Voer in $a_n = n^2 + 3n$ met Start : 1.
Aflezen bij Σa_n in de tabel geeft $\sum_{k=1}^{15} (k^2 + 3k) = 1600$.

118 $(a^{-2})^4 \cdot a^5 = a^{-8} \cdot a^5 = a^{-3}$

119 $N = -t^3 + 10t^2 + 3t$ geeft $\dfrac{dN}{dt} = -3t^2 + 20t + 3$
Voer in $y_1 = -3x^2 + 20x + 3$.
De optie maximum geeft $x = 3{,}333...$ en $y = 36{,}333...$
Bij $t = 3{,}333...$ hoort 12:20 uur, dus om 12:20 uur was de toename van het aantal klanten het grootst.

120 Stel $A = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta A}{\Delta t} = \dfrac{22 - 78}{28 - 12} = -3\tfrac{1}{2}$.

$\left.\begin{array}{l} A = -3\tfrac{1}{2}t + b \\ t = 12 \text{ en } A = 78 \end{array}\right\} -3\tfrac{1}{2} \cdot 12 + b = 78$
$-42 + b = 78$
$b = 120$

Dus $A = -3\tfrac{1}{2}t + 120$.

© Noordhoff Uitgevers bv

121 $y = 0{,}08(x - 5)^2 + 1$
$\downarrow$ verschuiving (2, 4)
$y = 0{,}08(x - 7)^2 + 5$
$\downarrow$ herschaling in verticale richting met factor 3
$y = 3 \cdot (0{,}08(x - 7)^2 + 5) = 0{,}24(x - 7)^2 + 15$
De formule van de beeldgrafiek is $y = 0{,}24(x - 7)^2 + 15$.
De top is (7, 15).

122 **a** Rekenkundige rij met beginterm $u_0 = 980$ en $v = -17$, dus
recursieve formule $u_n = u_{n-1} - 17$ met $u_0 = 980$
directe formule $u_n = 980 - 17n$.
b $u_n = 0$ geeft $980 - 17n = 0$
$17n = 980$
$n \approx 57{,}6$
$u_{57} = 11$ en $u_{58} = -6$, dus de rij heeft 58 positieve termen.

123 $y = 0{,}4 \cdot \sqrt[3]{x} + 2$
$0{,}4 \cdot \sqrt[3]{x} = y - 2$
$\sqrt[3]{x} = \frac{y - 2}{0{,}4} = 2{,}5y - 5$
$x = (2{,}5y - 5)^3$

Bladzijde 269

124 **a** $N_{max} = 500 + 150 = 650$
De periode is $\frac{2\pi}{0{,}01\pi} = 200$.
N is maximaal een kwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus N is maximaal voor $t = 50$.
b $N_{min} = 500 - 150 = 350$
N is minimaal driekwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus N is minimaal voor $t = 150$.
c De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $t = 0$.
Voer in $y_1 = 500 + 150\sin(0{,}01\pi x)$.
De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} \approx 4{,}71$.

125 Stel $N = b \cdot g^t$.
$g_{8\text{ jaar}} = \frac{77}{326}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{77}{326}\right)^{\frac{1}{8}} = 0{,}8349...$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}8349...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 326 \end{array}\right\} \; b \cdot 0{,}8349...^3 = 326$
$b = \frac{326}{0{,}8349...^3} \approx 560$
Dus $N = 560 \cdot 0{,}835^t$.

126 **a** Stel $A = b \cdot g^B$, met $g = \left(\frac{71{,}2}{15{,}4}\right)^{\frac{1}{13}} = 1{,}1249...$

$\left.\begin{array}{l} A = b \cdot 1{,}1249...^B \\ B = 5 \text{ en } A = 15{,}4 \end{array}\right\} \; b \cdot 1{,}1249...^5 = 15{,}4$
$b \approx 8{,}546$
Dus $A = 8{,}546 \cdot 1{,}125^B$.
Bij $B = 10$ hoort $A = 8{,}546 \cdot 1{,}125^{10} \approx 27{,}75$.
b Los op $8{,}546 \cdot 1{,}125^B = 50{,}0$.
Voer in $y_1 = 8{,}546 \cdot 1{,}125^x$ en $y_2 = 50{,}0$.
Intersect geeft $x = 14{,}998...$
Bij $A = 50{,}0$ hoort $B = 15$.

© Noordhoff Uitgevers bv

127 $N = 12 - \dfrac{150}{2S-1}$

$\dfrac{150}{2S-1} = 12 - N$

$2S - 1 = \dfrac{150}{12-N}$

$2S = \dfrac{150}{12-N} + 1$

$S = \dfrac{75}{12-N} + \frac{1}{2}$

128 **a** $\left.\begin{array}{l} K = aq^{1,15} \\ q = 60 \text{ en } K = 499 \end{array}\right\}$ $a \cdot 60^{1,15} = 499$

$a = \dfrac{499}{60^{1,15}} = 4{,}500...$

$q = 100$ invullen in $K = 4{,}5q^{1,15}$ geeft $K = 4{,}5 \cdot 100^{1,15} \approx 898$.

b $K = 4{,}5q^{1,15}$

$q^{1,15} = \frac{1}{4,5}K$

$q = \left(\frac{1}{4,5}K\right)^{\frac{1}{1,15}}$

$q = \left(\frac{1}{4,5}\right)^{\frac{1}{1,15}} \cdot K^{\frac{1}{1,15}}$

$q \approx 0{,}27 \cdot K^{0,87}$

Dus $q = 0{,}27K^{0,87}$.

129 **a** TI

Voer in $u(n) = 3u(n-1) - 2u(n-2)$
met nMin = 1 en u(nMin) = {6, 5}.

Casio

Voer in $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$
met Start: 1 en a_1 : 5 en a_2 : 6.

$u(10) = 516$, dus de tiende term is 516.

b Aflezen in de tabel geeft $u(17) = 65\,540$ en $u(18) = 131\,076$, dus vanaf de 18e term is $u(n)$ meer dan 100 000.

130 $2{,}15 \cdot 10^{-6}\ \text{km}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{-6} \cdot 10^9\ \text{m}^3 = 2{,}15 \cdot 10^3\ \text{m}^3 = 2150\ \text{m}^3$

131 $N = 4 \cdot e^{0,4t}$

$e^{0,4t} = 0{,}25N$

$0{,}4t = \ln(0{,}25N)$

$t = 2{,}5 \cdot \ln(0{,}25N)$

132 $y = 0{,}3x^4$

↓ verschuiving (0,16; 2,2)

$y = 0{,}3(x - 0{,}16)^4 + 2{,}2$

De top is (0,16; 2,2).

133 **a** $y = \dfrac{4}{x^3} + \dfrac{5}{x} = 4x^{-3} + 5x^{-1}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = -12x^{-4} - 5x^{-2} = -\dfrac{12}{x^4} - \dfrac{5}{x^2}$

b $y = 6x^2 \cdot \sqrt{x} = 6x^{2\frac{1}{2}}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 15x^{1\frac{1}{2}} = 15x\sqrt{x}$

c $y = \dfrac{2}{3x} + \dfrac{3x}{2} = \frac{2}{3}x^{-1} + 1\frac{1}{2}x$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = -\frac{2}{3}x^{-2} + 1\frac{1}{2} = -\dfrac{2}{3x^2} + 1\frac{1}{2}$

Bladzijde 270

134 **a** In 11 jaar 1165 − 840 = 325 erbij, dus per jaar $\dfrac{325}{11}$ erbij.

In 2005 was het aantal $840 + 7 \cdot \dfrac{325}{11} \approx 1047$.

b In 6 jaar 1390 − 1165 = 225 erbij, dus per jaar $\dfrac{225}{6} = 37{,}5$ erbij.

In 2020 is het aantal $1390 + 5 \cdot 37{,}5 \approx 1578$.

c 840 − 520 = 320 erbij in 8 jaar, dus 1 erbij in $\dfrac{8}{320}$ jaar.

760 − 520 = 240, dus bij 760 hoort het jaar $1990 + 240 \cdot \dfrac{8}{320} = 1996$.

© Noordhoff Uitgevers bv

135 $2p - 5q = 40$
$-5q = -2p + 40$

$\left.\begin{aligned} q &= \tfrac{2}{5}p - 8 \\ F &= 3pq + 40 \end{aligned}\right\} F = 3p\left(\tfrac{2}{5}p - 8\right) + 40$

$F = 1\tfrac{1}{5}p^2 - 24p + 40$

Dus $a = 1\tfrac{1}{5}$, $b = -24$ en $c = 40$.

136 $y = -\tfrac{1}{2}(x + 4)^3 + 5$
$\downarrow$ verschuiving (6, 2)
$y = -\tfrac{1}{2}(x - 2)^3 + 7$

137 $q = \dfrac{a}{p}$ met $p = 0{,}80$ en $q = 135$ geeft $a = 0{,}80 \cdot 135 = 108$.

$q = \dfrac{108}{p}$ met $p = 1{,}10$ geeft $q \approx 98$.

Dus hij verkoopt 98 meloenen.

138 **a** $y_{max} = 3 + 15 = 18$
De periode is $\dfrac{2\pi}{2\pi} = 1$.
y is maximaal een kwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus y is maximaal voor $x = 0{,}1 + 0{,}25 = 0{,}35$.
b $y_{min} = 3 - 15 = -12$
y is minimaal driekwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus y is minimaal voor $x = 0{,}1 + 0{,}75 = 0{,}85$.
c Voer in $y_1 = 3 + 15\sin(2\pi(x - 0{,}1))$.
De helling is $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x = 0{,}5} \approx -76{,}25$.

139 **a** $y = 2x - 4\sqrt{x}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 2 - \dfrac{4}{2\sqrt{x}} = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{x}}$

De snelheid is $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x = 4} = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{4}} = 2 - 1 = 1$.

b $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x = 1} = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{1}} = 2 - 2 = 0$ en $x = 1$ geeft $y = 2 - 4 = -2$.

Dus de raaklijn in het punt $A(1, -2)$ is horizontaal.

140 $(4a - 1) \cdot \dfrac{2b}{4a - 1} = 2b$

141 $N = 25 \cdot 1{,}85^{t-2} = 25 \cdot 1{,}85^t \cdot 1{,}85^{-2} = 25 \cdot 1{,}85^{-2} \cdot 1{,}85^t \approx 7{,}3 \cdot 1{,}85^t$
Dus $N = 7{,}3 \cdot 1{,}85^t$.

142 $-0{,}005q^2 + 23q = 0$
$q(-0{,}005q + 23) = 0$
$q = 0 \vee 0{,}005q = 23$
$q = 0 \vee q = 4600$
Voer in $y_1 = -0{,}005x^2 + 23x$ met Xmin = 0 en Xmax = 4600.
De optie maximum geeft $x = 2300$ en $y = 26\,450$.
Het maximum van P is 26 450.

143 **a** $y = 5 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} = 5 - 3x^{-2} + 2x^{-1}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 6x^{-3} - 2x^{-2} = \frac{6}{x^3} - \frac{2}{x^2}$

$\frac{dy}{dx} = 0$ geeft $\frac{6}{x^3} - \frac{2}{x^2} = 0$

$\frac{6}{x^3} = \frac{2}{x^2}$

$2x^3 = 6x^2$ ⤵ $x \neq 0$

$2x = 6$

$x = 3$

$x = 3$ geeft $y = 5 - \frac{3}{3^2} + \frac{2}{3} = 5 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$, dus $A\left(3,\ 5\frac{1}{3}\right)$.

b De snelheid is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=1} = \frac{6}{1^3} - \frac{2}{1^2} = 6 - 2 = 4$.

144 5,18 km^2 = $5{,}18 \cdot 10^6$ m^2 = 5 180 000 m^2

145 Rekenkundige rij met beginterm $u(0) = 150$ en $v = 6$, dus $u(n) = 150 + 6n$.

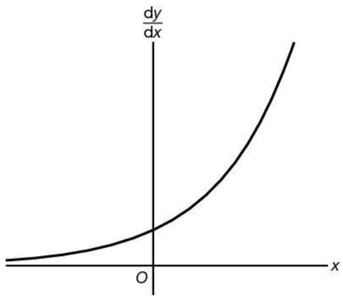
TI Voer in $u(n) = 150 + 6n$ met nMin = 0
en $v(n) = v(n-1) + 150 + 6n$ met $v(n\text{Min}) = 150$.
Lees af in de tabel $\sum_{k=0}^{19}(150 + 6k) = 4140$.

Casio Voer in $a_n = 150 + 6n$ met Start : 0.
Aflezen bij Σa_n in de tabel geeft $\sum_{k=0}^{19}(150 + 6k) = 4140$.

146 $N = 15 \cdot 1{,}15^{2t-1} = 15 \cdot 1{,}15^{2t} \cdot 1{,}15^{-1} = 15 \cdot 1{,}15^{-1} \cdot (1{,}15^2)^t = 15 \cdot 1{,}15^{-1} \cdot (e^{\ln(1{,}15^2)})^t \approx 13{,}0 \cdot (e^{0{,}280})^t$

Dus $N = 13{,}0 \cdot e^{0{,}280t}$.

147 **a** $y = 0{,}5(1 + 2e^{0{,}6x})$ geeft $\frac{dy}{dx} = 0{,}5 \cdot 2e^{0{,}6x} \cdot 0{,}6 = 0{,}6e^{0{,}6x}$

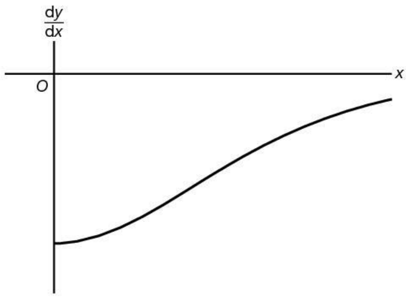


De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x-as, dus de grafiek van y is stijgend.

De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is toenemend stijgend.

© Noordhoff Uitgevers bv

b $y = \dfrac{15}{1 + e^{0,2x}}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(1 + e^{0,2x}) \cdot 0 - 15 \cdot e^{0,2x} \cdot 0,2}{(1 + e^{0,2x})^2} = \dfrac{-3\,e^{0,2x}}{(1 + e^{0,2x})^2}$



De grafiek van $\dfrac{dy}{dx}$ ligt geheel onder de x-as, dus de grafiek van y is dalend.
De grafiek van $\dfrac{dy}{dx}$ is bovendien stijgend, dus de grafiek van y is afnemend dalend.

148 evenwichtsstand $= \dfrac{\text{maximum} + \text{minimum}}{2} = \dfrac{2,5 + -0,5}{2} = 1$
amplitude = maximum − minimum = 2,5 − 1 = 1,5
periode = 6,5 − 2,5 = 4, dus $c = \dfrac{2\pi}{4} = \frac{1}{2}\pi$
stijgend door de evenwichtsstand in het punt (1,5; 1), dus $d = 1,5$
De formule is $y = 1 + 1,5\sin\left(\frac{1}{2}\pi\left(x - 1,5\right)\right)$.

149 0,18 dL = 18 mL

150 $5p \cdot \dfrac{3}{q} \cdot \dfrac{1-q}{q} = \dfrac{5p \cdot 3 \cdot (1-q)}{q^2} = \dfrac{15p - 15pq}{q^2}$

© Noordhoff Uitgevers bv